

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.36 Математическое моделирование

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Красноярск 2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

к.ф.-м.н., Доцент, Кучунова Е.В.

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина «Математическое моделирование» согласно учебному плану входит в число дисциплин базовой части (Б1.Б) направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки». Дисциплина интегрирует математические знания, полученные студентами в течение первых трех лет обучения. Изучение «Математического моделирования» базируется на материалах предшествующих естественно-научных дисциплин, таких как математический анализ, алгебра и аналитическая геометрия, теоретическая механика, дифференциальные уравнения и уравнения математической физики, функциональный анализ, вычислительная математика и теоретические основы программирования. Содержание дисциплины раскрывает прикладной аспект математических конструкций и понятий, изучаемых в традиционных разделах высшей математики.

Целью преподавания дисциплины является ознакомление студентов с общими методами математического моделирования и некоторыми частными математическими моделями механики, физики, экологии и экономики, а также формирование у них умений и навыков применения изученного материала к построению моделей различных явлений и процессов, к решению практических задач. Изучение дисциплины позволит подготовить специалистов, востребованных в сфере компьютерных информационных технологий.

1.2 Задачи изучения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен приобрести знания, умения и навыки, необходимые для его профессиональной деятельности в качестве специалиста по применению математических методов исследования окружающей среды.

Специалист должен:

Знать: современные тенденции развития методов математического моделирования; общие подходы к построению математических моделей; основные модели механики жидкости и газа, небесной механики и механики деформируемых сред, модели экосистем и глобальные модели экономики.

Уметь: применять изученный материал к решению новых задач математического моделирования; использовать специальную литературу, справочники, математические энциклопедии.

Владеть: практическими навыками самостоятельной работы при постановке задач математического моделирования и их решении.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
	ОПК-4: Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем

<p>ОПК-4.1: Находит и анализирует математические алгоритмы для решения практических задач</p>	<p>Основные принципы построения математических моделей.</p> <p>Основные принципы построения математических моделей, методы их исследования, обработки и применения на реальных объектах.</p> <p>Основные принципы применения математических моделей на реальных объектах; методы представления полученных результатов.</p> <p>Формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно- исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования; обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий.</p> <p>Формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно- исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования; обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий; представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати.</p> <p>Формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно- исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования; обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий; представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати; применять основные методы построения</p>
---	--

	<p>математических моделей реальных объектов и делать на их основе правильные выводы.</p> <p>Фундаментальными знаниями в области математического моделирования.</p> <p>Фундаментальными знаниями в области математического моделирования, навыками самостоятельной научно-исследовательской деятельности, требующей широкого образования в соответствующем направлении.</p> <p>Фундаментальными знаниями в области математического моделирования, навыками самостоятельной научно-исследовательской деятельности, требующей широкого образования в соответствующем направлении; способностью использовать полученные знания в профессиональной деятельности.</p>
--	---

<p>ОПК-4.2: Реализовывает программно и использует на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем</p>	<p>Историю и методологию математики для исследования современных проблем математики и информатики, современное состояние исследуемой проблемы.</p> <p>Историю и методологию математики для исследования современных проблем математики и информатики, современное состояние исследуемой проблемы; методы проведения исследований в области математики; методы проведения исследований в области информатике.</p> <p>Историю и методологию математики для исследования современных проблем математики и информатики, современное состояние исследуемой проблемы; методы проведения исследований в области математики; методы проведения исследований в области информатике; способы публичного представления полученных результатов.</p> <p>Видеть и понимать путь дальнейшего развития теории и метод её решения.</p> <p>Видеть и понимать путь дальнейшего развития теории и метод её решения; осуществлять поиск в научной литературе результатов, относящихся к рассматриваемой задаче.</p> <p>Видеть и понимать путь дальнейшего развития теории и метод её решения; осуществлять поиск в научной литературе результатов, относящихся к рассматриваемой задаче; применять полученные результаты к решению задачи.</p> <p>Способностью к интенсивной исследовательской работе.</p> <p>Способностью к интенсивной исследовательской работе; адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы.</p> <p>Способностью к интенсивной исследовательской работе; адекватным математическим аппаратом для</p>
	<p>ведения научно-исследовательской работы; навыками анализа поставленной математической задачи.</p>
<p>ОПК-7: Способен использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности</p>	

<p>ОПК-7.1: Применяет основы экономических знаний для построения и анализа математических моделей в экономике</p>	<p>Основные понятия, идеи, методы, связанные с дисциплинами фундаментальной математики и программирования. Рекомендованные преподавателем источники по изучаемому вопросу, классические математические модели, необходимые и достаточные условия их реализации. Методологию построения математических алгоритмов, основные языки программирования и методы трансляций.</p>
	<p>Систематизировать математические модели, описывать основные этапы построения алгоритмов. Самостоятельно осуществлять поиск специальной литературы и выбирать эффективные численные методы согласно поставленным задачам; в соответствии с выбранным методом строить математическую модель с алгоритмом ее реализации. Строить математические алгоритмы и реализовывать их с помощью языков программирования для решения прикладных задач. Методологией математического моделирования, навыками сбора и работы с математическими источниками информации, теоретическими основами построения алгоритмов численных методов. Навыками систематизации и выбора необходимой информации согласно поставленной задаче, основными методами математического и алгоритмического моделирования. Навыками построения и математической модели с использованием выбранного языка программирования.</p>

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

URL-адрес и название электронного обучающего курса: <https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=3083> .

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
Контактная работа с преподавателем:	1,89 (68)	
занятия лекционного типа	0,94 (34)	
практические занятия	0,94 (34)	
Самостоятельная работа обучающихся:	1,11 (40)	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	
Промежуточная аттестация (Экзамен)	1 (36)	

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Стационарные модели									
	1. Самостоятельная работа по модулю "Стационарные модели"							10	
	2. Решение задач по темам: системы Чебышева; построение интерполяционных моделей с помощью тригонометрических многочленов, многочленов Лагранжа, Ньютона и Эрмита; преобразование линейных операторов векторных моделей			12					
	3. Основные понятия. Модель, моделирование. Предметные, аналоговые и математические модели. Общая схема метода моделирования сложных систем. Метод математического моделирования. Классификация моделей. Модель "черного ящика". Стационарные и динамические модели.	2							

4. Построение стационарной модели по дискретному набору данных. Связь задачи идентификации параметров стационарной модели типа “черный ящик” с задачей интерполяции и задачей наилучшего приближения функции.	2							
5. Системы Чебышева. Определение системы Чебышева. Критерий (эквивалентное определение). Два классических примера чебышевских систем – пространство многочленов и пространство тригонометрических многочленов.	1							
6. Линейная интерполяция. Общий вид интерполирующей функции. Практический способ интерполяции. Прямое построение интерполяционного многочлена Лагранжа и тригонометрического интерполяционного многочлена.	1							
7. Эрмитовы сплайны. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Интерполяция с кратными узлами. Многочлены Эрмита. Задачи на построение эрмитовых сплайнов.	1							
8. Метод наименьших квадратов. Идея метода. Общая постановка задачи наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Неравенство Коши–Буняковского. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Шмидта.	1							
9. Интерполяционный и сглаживающий сплайны. Прямое построение кубического сплайна Эйлера. Граничные условия. Принцип минимума потенциальной энергии. Определение сглаживающего сплайна. Алгоритм построения.	1							

10. Равномерное приближение. Постановка задачи равномерного приближения. Существование решения. Единственность (теорема Хаара). Теорема Чебышева об альтернансе. Восстановление элемента наилучшего равномерного приближения по заданному альтернансу. Алгоритм построения альтернанса.	1							
2. Нестационарные модели								
1. Идентификация параметров нестационарной модели. Общая схема математического моделирования процесса с учетом эффектов памяти на основе дифференциальных и интегральных уравнений. Модель Больцмана–Вольтера.	1							
2. Самостоятельная работа по модулю "Нестационарные модели"							10	
3. Интегральные преобразования. Ортонормированная система тригонометрических функций. Вычисление коэффициентов ряда Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование. Понятие оконного преобразования. Вейвлет – преобразование. Примеры.	1							
4. Обобщенные функции медленного роста. Обобщенные производные. Преобразование Фурье обобщенных функций. Вычисление прямого и обратного преобразований для дельта–функции Дирака и ее производной. Преобразование Фурье тригонометрических функций.	1							

<p>5. Преобразование Лапласа. Определение и общие свойства преобразования Лапласа. Обратное преобразование (формула Меллина). Способы вычисления обратного преобразования. Понятие свертки двух функций. Преобразование Лапласа от свертки.</p>	1							
<p>6. Дискретное преобразование Фурье. Алгоритм быстрого преобразования Фурье. Связь с непрерывным преобразованием. Теорема Котельникова–Шеннона. Условие Найквиста. Примеры.</p>	1							
<p>7. Модели типа Вольтера. Интегральная зависимость выходного сигнала от входного сигнала. Условие периодичности модели. Разностное ядро. Передаточная функция. Коэффициент усиления и фаза. Идентификация параметров модели по результатам испытаний. Случай многоканального входа и выхода.</p>	1							
<p>8. Дифференциальные модели. Общий вид модели, описываемой системой линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение преобразования Лапласа. Собственные и присоединенные векторы. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянного вектора. Примеры моделей.</p>	1							

9. Классификация особых точек. Система автономных уравнений на плоскости. Связь особых точек системы со стационарными решениями. Случай различных действительных собственных чисел: устойчивый и неустойчивый узлы, седло. Случай кратного собственного числа: дикритический узел, неустойчивый и устойчивый вырожденные узлы. Случай комплексно-сопряженных собственных чисел: неустойчивый и устойчивый фокусы, центр. Метод Монте–Карло. Вычисление интегралов. Вероятностное представление решения уравнения Лапласа.	1							
10. Вычисление преобразования Фурье основных и обобщенных функций; вычисление преобразования Лапласа; исследование типа особых точек динамических моделей			10					
3. Математические модели экономики и экологии								
1. Самостоятельная работа по модулю "Математические модели экономики и экологии"							10	
2. Модель ценообразования. Понятие экономико-математического моделирования. Функция потребления. Функция производства. Точка Вальраса. Применение принципа сжимающих отображений.	1							
3. Балансовая модель Леонтьева. Формулировка балансовых уравнений. Матрица технологических коэффициентов. Некоторые общие свойства матриц с положительными коэффициентами. Продуктивные матрицы.	1							
4. Динамическая модель Леонтьева. Дифференциальные уравнения динамической модели. Общие свойства решений. Понятие устойчивости.	1							

5. Оптимизационные модели экономики. Классическая и многокритериальная задачи оптимизации. Понятие Парето–оптимального решения.	1							
6. Экономические приложения теории игр. Игровые методы планирования товарного ассортимента. Построение матрицы выигрышей. Метод Брауна–Робинсона.	1							
7. Модели экономического роста. Модель фон-Неймана. Модель Гейла. Модели экосистем. Закон Мальтуса. Простейшие уравнения воспроизводства. Модель “хищник–жертва”. Устойчивость стационарного решения.	1							
8. Клеточные автоматы. Вероятности переходов. Моделирование динамики популяций. Модели химической кинетики. Простейшие уравнения и модели. Реакция Белоусова–Жаботинского. Некоторые свойства решений.	1							
9. Моделирование распространения нервного импульса. Модель Ходжкина–Хаксли.	1							
10. Математическое моделирование в экономике			4					
4. Математические модели механики								
1. Самостоятельная работа по модулю "Математические модели механики"							10	
2. Небесная механика. Законы Кеплера. Закон всемирного тяготения Ньютона. Уравнения движения планет Солнечной системы. Приливы. Теория упругости. Тензоры напряжений и деформаций. Инварианты тензоров. Уравнения движения. Закон Гука. Система уравнений Ламе.	1							

3. Формулы Колосова–Мусхелишвили. Антиплоская деформация. Плоская статическая задача теории упругости. Точные решения задач с трещинами. Коэффициенты интенсивности напряжений.	1							
4. Упругие волны. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны Рэлея. Волны Лява. Вариационные принципы теории упругости. Вариационные принципы Лагранжа и Кастильяно. Метод конечных элементов.	1							
5. Теория пластичности. Понятие необратимой деформации. Деформационная теория пластичности и теория упругопластического течения.	1							
6. Теория ползучести. Диаграммы ползучести и релаксации напряжений. Наследственные модели вязкоупругих и вязкопластических сред. Теория течения. Теория упрочнения.	1							
7. Гидродинамика идеальной жидкости. Система уравнений Эйлера. Безвихревое течение. Задача обтекания. Метод годографа. Уравнения Навье–Стокса. Система уравнений вязкой жидкости и вязкого газа. Простейшие точные решения (течение Куэтта, течение Пуазейля).	1							
8. Компьютерные системы. Системы MSC NASTRAN, ANSYS, COSMOS. Основные этапы работы: задание геометрии, задание свойств материалов, задание внешних нагрузок и ограничений, выполнение расчета.	1							
9. Механика хрупкого разрушения. Силовой и энергетический критерии разрушения.	1							

10. Метод годографа; построение определяющих уравнений наследственной теории упругости			8					
Всего	34		34				40	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды: Т. 2: [в 2 томах](Москва: Наука).
2. Дулов В. Г., Белолипецкий В. М., Цибаров В. А., Шайдуров В. В. Математическое моделирование в глобальных проблемах естествознания: монография(Новосибирск: Сибирское отделение РАН).
3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики: учебное пособие (Москва: Лань).
4. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры: монография(Москва: Физматлит).
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды: Т. 1: [в 2 томах](Москва: Наука).
6. Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В. Численные методы в задачах и упражнениях: Рекомендовано УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям высшего профессионального образования 010101 "Математика" и 010901 "Механика"(Москва: БИНОМ).
7. Гаврилова Л. В., Компаниец Л. А., Распопов В. Е. Математическое моделирование водных экосистем: учебное пособие(Красноярск: СФУ).
8. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление: учебник.; рекомендовано УМО по классическому университетскому образованию(М.: ФИЗМАТЛИТ).
9. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды: [науч. изд.](Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
10. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учеб. пособие(Москва: Наука).
11. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник(Москва: ФИЗМАТЛИТ).
12. Боресков А. В., Харламов А. А., Марковский Н. Д., Микушин Д. Н., Мортиков Е. В., Мальцев А. А., Сахарных Н. А., Фролов В. А. Параллельные вычисления на GPU. Архитектура и программная модель CUDA: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по напр. 010400 "Прикладная математика и информатика", 010300 "Фундаментальная информатика и информационные технологии"(Москва: Изд-во Московского университета).
13. Белолипецкий В.М., Шокин Ю.И. Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды: курс лекций(Новосибирск: ИНФОЛИО-пресс).
14. Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей(М.: Наука. Физматлит).
15. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры(М.: ФИЗМАТЛИТ).
16. Темам Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред

- (Москва: Лаборатория знаний"" (ранее ""БИНОМ. Лаборатория знаний").
17. Лапко В. А. Компьютерное моделирование систем и статистический анализ данных: методические указания по лабораторным работам (Красноярск: ИПЦ КГТУ).
 18. Бойко Е.А., Дидичин Д.Г., Шишмарев П.В. Математическое моделирование теплоэнергетических задач на ЭВМ: методические указания(Красноярск: ИПЦ КГТУ).
 19. Стрельникова Е.А. Имитационное моделирование в Matlab и GPSS Word: методические указания по дисциплине "Имитационное моделирование экономических процессов" для студентов специальности 080801.65 "Прикладная информатика в экономике"(Красноярск: КГТУ).
 20. Углев В.А. Имитационное моделирование экономических процессов: методические указания(Красноярск: Сиб. федер. ун-т; ХТИ - филиал СФУ).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, предлагается применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (MS Office, MathCad, MathLab и др.).

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Не предусмотрено.

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения занятий используется проектно-лекционная аудитория, оборудованная демонстрационным комплексом, обеспечивающим тематические иллюстрации и презентации, а также персональными компьютерами с необходимым программным обеспечением и подключением к сети «Интернет».

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.