

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.36 Математическое моделирование

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Красноярск 2023

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

к.ф.-м.н., Доцент, Кучунова Е.В.

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина «Математическое моделирование» согласно учебному плану входит в число дисциплин базовой части (Б1.Б) направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки». Дисциплина интегрирует математические знания, полученные студентами в течение первых трех лет обучения. Изучение «Математического моделирования» базируется на материалах предшествующих естественно-научных дисциплин, таких как математический анализ, алгебра и аналитическая геометрия, теоретическая механика, дифференциальные уравнения и уравнения математической физики, функциональный анализ, вычислительная математика и теоретические основы программирования. Содержание дисциплины раскрывает прикладной аспект математических конструкций и понятий, изучаемых в традиционных разделах высшей математики.

Целью преподавания дисциплины является ознакомление студентов с общими методами математического моделирования и некоторыми частными математическими моделями механики, физики, экологии и экономики, а также формирование у них умений и навыков применения изученного материала к построению моделей различных явлений и процессов, к решению практических задач. Изучение дисциплины позволит подготовить специалистов, востребованных в сфере компьютерных информационных технологий.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен приобрести знания, умения и навыки, необходимые для его профессиональной деятельности в качестве специалиста по применению математических методов исследования окружающей среды.

Специалист должен:

Знать: современные тенденции развития методов математического моделирования; общие подходы к построению математических моделей; основные модели механики жидкости и газа, небесной механики и механики деформируемых сред, модели экосистем и глобальные модели экономики.

Уметь: применять изученный материал к решению новых задач математического моделирования; использовать специальную литературу, справочники, математические энциклопедии.

Владеть: практическими навыками самостоятельной работы при постановке задач математического моделирования и их решении.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
	<b>ОПК-4: Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем</b>

<p>ОПК-4.1: Находит и анализирует математические алгоритмы для решения практических задач</p>	<p>Основные принципы построения математических моделей.</p> <p>Основные принципы построения математических моделей, методы их исследования, обработки и применения на реальных объектах.</p> <p>Основные принципы применения математических моделей на реальных объектах; методы представления полученных результатов.</p> <p>Формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно- исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования; обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий.</p> <p>Формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно- исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования; обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий; представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати.</p> <p>Формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно- исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования; обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий; представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати; применять основные методы построения</p>
---	--

	<p>математических моделей реальных объектов и делать на их основе правильные выводы.</p> <p>Фундаментальными знаниями в области математического моделирования.</p> <p>Фундаментальными знаниями в области математического моделирования, навыками самостоятельной научно-исследовательской деятельности, требующей широкого образования в соответствующем направлении.</p> <p>Фундаментальными знаниями в области математического моделирования, навыками самостоятельной научно-исследовательской деятельности, требующей широкого образования в соответствующем направлении; способностью использовать полученные знания в профессиональной деятельности.</p>
--	---

<p>ОПК-4.2: Реализовывает программно и использует на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем</p>	<p>Историю и методологию математики для исследования современных проблем математики и информатики, современное состояние исследуемой проблемы.</p> <p>Историю и методологию математики для исследования современных проблем математики и информатики, современное состояние исследуемой проблемы; методы проведения исследований в области математики; методы проведения исследований в области информатике.</p> <p>Историю и методологию математики для исследования современных проблем математики и информатики, современное состояние исследуемой проблемы; методы проведения исследований в области математики; методы проведения исследований в области информатике; способы публичного представления полученных результатов.</p> <p>Видеть и понимать путь дальнейшего развития теории и метод её решения.</p> <p>Видеть и понимать путь дальнейшего развития теории и метод её решения; осуществлять поиск в научной литературе результатов, относящихся к рассматриваемой задаче.</p> <p>Видеть и понимать путь дальнейшего развития теории и метод её решения; осуществлять поиск в научной литературе результатов, относящихся к рассматриваемой задаче; применять полученные результаты к решению задачи.</p> <p>Способностью к интенсивной исследовательской работе.</p> <p>Способностью к интенсивной исследовательской работе; адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы.</p> <p>Способностью к интенсивной исследовательской работе; адекватным математическим аппаратом для</p>
	<p>ведения научно-исследовательской работы; навыками анализа поставленной математической задачи.</p>
<p><b>ОПК-7: Способен использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности</b></p>	

<p>ОПК-7.1: Применяет основы экономических знаний для построения и анализа математических моделей в экономике</p>	<p>Основные понятия, идеи, методы, связанные с дисциплинами фундаментальной математики и программирования.  Рекомендованные преподавателем источники по изучаемому вопросу, классические математические модели, необходимые и достаточные условия их реализации.  Методологию построения математических алгоритмов, основные языки программирования и методы трансляций.</p>
	<p>Систематизировать математические модели, описывать основные этапы построения алгоритмов. Самостоятельно осуществлять поиск специальной литературы и выбирать эффективные численные методы согласно поставленным задачам; в соответствии с выбранным методом строить математическую модель с алгоритмом ее реализации. Строить математические алгоритмы и реализовывать их с помощью языков программирования для решения прикладных задач.  Методологией математического моделирования, навыками сбора и работы с математическими источниками информации, теоретическими основами построения алгоритмов численных методов.  Навыками систематизации и выбора необходимой информации согласно поставленной задаче, основными методами математического и алгоритмического моделирования.  Навыками построения и математической модели с использованием выбранного языка программирования.</p>

#### 1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

URL-адрес и название электронного обучающего курса: <https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=3083> .

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>1,89 (68)</b>	
занятия лекционного типа	0,94 (34)	
практические занятия	0,94 (34)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>1,11 (40)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Стационарные модели</b>									
	1. Самостоятельная работа по модулю "Стационарные модели"							10	
	2. Решение задач по темам: системы Чебышева; построение интерполяционных моделей с помощью тригонометрических многочленов, многочленов Лагранжа, Ньютона и Эрмита; преобразование линейных операторов векторных моделей			12					
	3. Основные понятия. Модель, моделирование. Предметные, аналоговые и математические модели. Общая схема метода моделирования сложных систем. Метод математического моделирования. Классификация моделей. Модель "черного ящика". Стационарные и динамические модели.	2							

4. Построение стационарной модели по дискретному набору данных. Связь задачи идентификации параметров стационарной модели типа “черный ящик” с задачей интерполяции и задачей наилучшего приближения функции.	2							
5. Системы Чебышева. Определение системы Чебышева. Критерий (эквивалентное определение). Два классических примера чебышевских систем – пространство многочленов и пространство тригонометрических многочленов.	1							
6. Линейная интерполяция. Общий вид интерполирующей функции. Практический способ интерполяции. Прямое построение интерполяционного многочлена Лагранжа и тригонометрического интерполяционного многочлена.	1							
7. Эрмитовы сплайны. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Интерполяция с кратными узлами. Многочлены Эрмита. Задачи на построение эрмитовых сплайнов.	1							
8. Метод наименьших квадратов. Идея метода. Общая постановка задачи наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Неравенство Коши–Буняковского. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Шмидта.	1							
9. Интерполяционный и сглаживающий сплайны. Прямое построение кубического сплайна Эйлера. Граничные условия. Принцип минимума потенциальной энергии. Определение сглаживающего сплайна. Алгоритм построения.	1							

10. Равномерное приближение. Постановка задачи равномерного приближения. Существование решения. Единственность (теорема Хаара). Теорема Чебышева об альтернансе. Восстановление элемента наилучшего равномерного приближения по заданному альтернансу. Алгоритм построения альтернанса.	1							
<b>2. Нестационарные модели</b>								
1. Идентификация параметров нестационарной модели. Общая схема математического моделирования процесса с учетом эффектов памяти на основе дифференциальных и интегральных уравнений. Модель Больцмана–Вольтера.	1							
2. Самостоятельная работа по модулю "Нестационарные модели"							10	
3. Интегральные преобразования. Ортонормированная система тригонометрических функций. Вычисление коэффициентов ряда Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование. Понятие оконного преобразования. Вейвлет – преобразование. Примеры.	1							
4. Обобщенные функции медленного роста. Обобщенные производные. Преобразование Фурье обобщенных функций. Вычисление прямого и обратного преобразований для дельта–функции Дирака и ее производной. Преобразование Фурье тригонометрических функций.	1							

5. Преобразование Лапласа. Определение и общие свойства преобразования Лапласа. Обратное преобразование (формула Меллина). Способы вычисления обратного преобразования. Понятие свертки двух функций. Преобразование Лапласа от свертки.	1							
6. Дискретное преобразование Фурье. Алгоритм быстрого преобразования Фурье. Связь с непрерывным преобразованием. Теорема Котельникова–Шеннона. Условие Найквиста. Примеры.	1							
7. Модели типа Вольтера. Интегральная зависимость выходного сигнала от входного сигнала. Условие периодичности модели. Разностное ядро. Передаточная функция. Коэффициент усиления и фаза. Идентификация параметров модели по результатам испытаний. Случай многоканального входа и выхода.	1							
8. Дифференциальные модели. Общий вид модели, описываемой системой линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение преобразования Лапласа. Собственные и присоединенные векторы. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянного вектора. Примеры моделей.	1							

9. Классификация особых точек. Система автономных уравнений на плоскости. Связь особых точек системы со стационарными решениями. Случай различных действительных собственных чисел: устойчивый и неустойчивый узлы, седло. Случай кратного собственного числа: дикритический узел, неустойчивый и устойчивый вырожденные узлы. Случай комплексно-сопряженных собственных чисел: неустойчивый и устойчивый фокусы, центр. Метод Монте–Карло. Вычисление интегралов. Вероятностное представление решения уравнения Лапласа.	1							
10. Вычисление преобразования Фурье основных и обобщенных функций; вычисление преобразования Лапласа; исследование типа особых точек динамических моделей			10					
<b>3. Математические модели экономики и экологии</b>								
1. Самостоятельная работа по модулю "Математические модели экономики и экологии"							10	
2. Модель ценообразования. Понятие экономико-математического моделирования. Функция потребления. Функция производства. Точка Вальраса. Применение принципа сжимающих отображений.	1							
3. Балансовая модель Леонтьева. Формулировка балансовых уравнений. Матрица технологических коэффициентов. Некоторые общие свойства матриц с положительными коэффициентами. Продуктивные матрицы.	1							
4. Динамическая модель Леонтьева. Дифференциальные уравнения динамической модели. Общие свойства решений. Понятие устойчивости.	1							

5. Оптимизационные модели экономики. Классическая и многокритериальная задачи оптимизации. Понятие Парето–оптимального решения.	1							
6. Экономические приложения теории игр. Игровые методы планирования товарного ассортимента. Построение матрицы выигрышей. Метод Брауна–Робинсона.	1							
7. Модели экономического роста. Модель фон-Неймана. Модель Гейла. Модели экосистем. Закон Мальтуса. Простейшие уравнения воспроизводства. Модель “хищник–жертва”. Устойчивость стационарного решения.	1							
8. Клеточные автоматы. Вероятности переходов. Моделирование динамики популяций. Модели химической кинетики. Простейшие уравнения и модели. Реакция Белоусова–Жаботинского. Некоторые свойства решений.	1							
9. Моделирование распространения нервного импульса. Модель Ходжкина–Хаксли.	1							
10. Математическое моделирование в экономике			4					
<b>4. Математические модели механики</b>								
1. Самостоятельная работа по модулю "Математические модели механики"							10	
2. Небесная механика. Законы Кеплера. Закон всемирного тяготения Ньютона. Уравнения движения планет Солнечной системы. Приливы. Теория упругости. Тензоры напряжений и деформаций. Инварианты тензоров. Уравнения движения. Закон Гука. Система уравнений Ламе.	1							

3. Формулы Колосова–Мусхелишвили. Антиплоская деформация. Плоская статическая задача теории упругости. Точные решения задач с трещинами. Коэффициенты интенсивности напряжений.	1							
4. Упругие волны. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны Рэлея. Волны Лява. Вариационные принципы теории упругости. Вариационные принципы Лагранжа и Кастильяно. Метод конечных элементов.	1							
5. Теория пластичности. Понятие необратимой деформации. Деформационная теория пластичности и теория упругопластического течения.	1							
6. Теория ползучести. Диаграммы ползучести и релаксации напряжений. Наследственные модели вязкоупругих и вязкопластических сред. Теория течения. Теория упрочнения.	1							
7. Гидродинамика идеальной жидкости. Система уравнений Эйлера. Безвихревое течение. Задача обтекания. Метод годографа. Уравнения Навье–Стокса. Система уравнений вязкой жидкости и вязкого газа. Простейшие точные решения (течение Куэтта, течение Пуазейля).	1							
8. Компьютерные системы. Системы MSC NASTRAN, ANSYS, COSMOS. Основные этапы работы: задание геометрии, задание свойств материалов, задание внешних нагрузок и ограничений, выполнение расчета.	1							
9. Механика хрупкого разрушения. Силовой и энергетический критерии разрушения.	1							

10. Метод годографа; построение определяющих уравнений наследственной теории упругости			8					
Всего	34		34				40	

## 4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 4.1 Печатные и электронные издания:

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды: Т. 2: [в 2 томах](Москва: Наука).
2. Дулов В. Г., Белолипецкий В. М., Цибаров В. А., Шайдуров В. В. Математическое моделирование в глобальных проблемах естествознания: монография(Новосибирск: Сибирское отделение РАН).
3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики: учебное пособие (Москва: Лань).
4. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры: монография(Москва: Физматлит).
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды: Т. 1: [в 2 томах](Москва: Наука).
6. Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В. Численные методы в задачах и упражнениях: Рекомендовано УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям высшего профессионального образования 010101 "Математика" и 010901 "Механика"(Москва: БИНОМ).
7. Гаврилова Л. В., Компаниец Л. А., Распопов В. Е. Математическое моделирование водных экосистем: учебное пособие(Красноярск: СФУ).
8. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление: учебник.; рекомендовано УМО по классическому университетскому образованию(М.: ФИЗМАТЛИТ).
9. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды: [науч. изд.](Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
10. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учеб. пособие(Москва: Наука).
11. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник(Москва: ФИЗМАТЛИТ).
12. Боресков А. В., Харламов А. А., Марковский Н. Д., Микушин Д. Н., Мортиков Е. В., Мальцев А. А., Сахарных Н. А., Фролов В. А. Параллельные вычисления на GPU. Архитектура и программная модель CUDA: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по напр. 010400 "Прикладная математика и информатика", 010300 "Фундаментальная информатика и информационные технологии"(Москва: Изд-во Московского университета).
13. Белолипецкий В.М., Шокин Ю.И. Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды: курс лекций(Новосибирск: ИНФОЛИО-пресс).
14. Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей(М.: Наука. Физматлит).
15. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры(М.: ФИЗМАТЛИТ).
16. Темам Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред

- (Москва: Лаборатория знаний"" (ранее ""БИНОМ. Лаборатория знаний").
17. Лапко В. А. Компьютерное моделирование систем и статистический анализ данных: методические указания по лабораторным работам (Красноярск: ИПЦ КГТУ).
  18. Бойко Е.А., Дидичин Д.Г., Шишмарев П.В. Математическое моделирование теплоэнергетических задач на ЭВМ: методические указания(Красноярск: ИПЦ КГТУ).
  19. Стрельникова Е.А. Имитационное моделирование в Matlab и GPSS Word: методические указания по дисциплине "Имитационное моделирование экономических процессов" для студентов специальности 080801.65 "Прикладная информатика в экономике"(Красноярск: КГТУ).
  20. Углев В.А. Имитационное моделирование экономических процессов: методические указания(Красноярск: Сиб. федер. ун-т; ХТИ - филиал СФУ).

**4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, предлагается применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (MS Office, MathCad, MathLab и др.).

**4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Не предусмотрено.

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

**6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для проведения занятий используется проектно-лекционная аудитория, оборудованная демонстрационным комплексом, обеспечивающим тематические иллюстрации и презентации, а также персональными компьютерами с необходимым программным обеспечением и подключением к сети «Интернет».

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.